

Automatyka i Robotyka, II semestr, studia dzienne

Zadania na ćwiczenia, zestaw XIII

1. Obliczyć pochodne cząstkowe rzędu pierwszego i drugiego funkcji

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x, y) = 4x^3y^2 + 9x^6 - 1, & \text{b) } f(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}, & \text{c) } f(x, y) = \ln(x^2 + y), \\ \text{d) } f(x, y) = \sqrt{2xy + y^2}, & \text{e) } f(x, y) = \arctg \frac{x+y}{1-xy}, & \text{f) } f(x, y) = \sin^2(2x + y), \\ \text{g) } f(x, y) = xe^{xy}, & \text{h) } f(x, y) = \sin(x^2 + y^2), & \text{i) } f(x, y, z) = x^4y^3z^2, \\ \text{j) } f(x, y, z) = x^2y + y^2z + z^2x, & \text{k) } f(x, y, z) = \frac{xyz}{x^2 + y^2 + z^2}, & \text{l) } f(x, y, z, t) = \ln(1 + (xyzt)^2). \end{array}$$

2. Napisać różniczki podanych funkcji we wskazanych punktach:

$$\text{a) } f(x, y) = x^2y, \quad (x_0, y_0) = (1, 2); \quad \text{b) } g(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (x_0, y_0) = (3, -4).$$

3. Wykorzystując różniczkę funkcji obliczyć przybliżone wartości wyrażeń:

$$\text{a) } (1.02)^4 \cdot (0.97)^2; \quad \text{b) } (1.04)^{3.01}; \quad \text{c) } \sqrt{(3.03)^2 + (4.04)^2}; \quad \text{d) } \frac{\arctg(1.001)}{\arcsin(0.49)}.$$

4. a) Wykorzystując różniczkę funkcji obliczyć w przybliżeniu, jak zmieni się objętość V walca o promieniu podstawy $R = 1\text{m}$ i wysokości $H = 2\text{m}$, jeżeli wysokość zwiększymy o 1cm , a promień podstawy zmniejszymy o 3cm ?

b) Przy pomocy menzurki można zmierzyć objętość ciała z dokładnością $\Delta V = 0.1\text{cm}^3$, a przy pomocy wagi sprężynowej można ustalić jego masę z dokładnością $\Delta M = 1\text{g}$. Objętość ciała zmierzona tym sposobem wynosi $V = 25\text{cm}^3$, a masa $M = 200\text{g}$. Z jaką w przybliżeniu dokładnością można obliczyć gęstość ρ tego ciała?

c) Boki trójkątnego kawałka ziemi zmierzone z dokładnością do 1m wynoszą $a = 250\text{m}$, $b = 400\text{m}$. Kąt pomiędzy tymi bokami zmierzony z dokładnością do 0.01rad wynosi $\alpha = \frac{\pi}{3}$. Z jaką w przybliżeniu dokładnością można obliczyć pole P tego kawałka ziemi?