

Automatyka i Robotyka, II semestr, studia dzienne

Zadania na ćwiczenia, zestaw XV

1. Wyznaczyć ekstrema lokalne funkcji

a) $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 + 12xy$,

b) $f(x, y) = x^3 + 3xy^2 + 6xy - 9x$,

c) $f(x, y) = x^3 + xy^2 - 12x$,

d) $f(x, y) = 8x^4 + y^2 - 8xy$,

e) $f(x, y) = x^4 + 8y^2 + 16xy$,

f) $f(x, y) = 8x^3 + y^3 - 6xy$,

g) $f(x, y) = x^3 - 27y^3 + 9xy$,

h) $f(x, y) = 4xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$,

i) $f(x, y) = x - 2y + \ln \sqrt{x^2 + y^2} + 3 \arctg \frac{y}{x}$, j) $f(x, y) = \frac{1 + x - y}{\sqrt{1 + x^2 + y^2}}$,

k) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - xy + x + 2z$, l) $f(x, y, z) = \ln \sqrt{1 + x^2 + y^2 + z^2}$.

2. Wyznaczyć najmniejszą i największą wartość funkcji $f(x, y)$ w obszarze D , jeśli

a) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4xy$, D – trójkąt domknięty o wierzchołkach $A(0, 0)$, $B(1, 0)$, $C(0, 1)$,

b) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 8xy$, D – trójkąt domknięty o wierzchołkach $A(0, 0)$, $B(2, 0)$, $C(0, 2)$,

c) $f(x, y) = x^2 - 2x + y^2$, D – trójkąt domknięty o wierzchołkach $A(0, 2)$, $B(2, 0)$, $C(-2, 0)$,

d) $f(x, y) = x^2 + y^2 - 4y$, D – trójkąt domknięty o wierzchołkach $A(0, 1)$, $B(2, 3)$, $C(-2, 3)$,

e) $f(x, y) = xy$, D – półkole domknięte $x^2 + y^2 \leq 1$, $y \geq 0$,

f) $f(x, y) = xy^2$, D – koło domknięte $x^2 + y^2 \leq 1$.

3. Wyznaczyć prostą regresji liniowej dla punktów

a) $(-1, 4)$, $(1, 4)$, $(3, 8)$;

b) $(-3, -2)$, $(-2, -1)$, $(-2, 0)$, $(1, 2)$;

c) $(-2, -3)$, $(-1, -1)$, $(0, 1)$, $(1, 3)$, $(2, 3)$;

d) $(1, 1)$, $(2, 3)$, $(3, 3)$, $(4, 2)$, $(5, 4)$, $(6, 6)$.

4. Metodą najmniejszych kwadratów dobrać

a) do punktów $(-1, 2)$, $(1, 1)$, $(2, 5)$ funkcję postaci $f(x) = ax^2 + b$,

b) do punktów $(0, 2)$, $(1, 3)$, $(4, 6)$ funkcję postaci $f(x) = ax^2 + b\sqrt{x}$.

5. W trójkącie o wierzchołkach $A(-1, 5)$, $B(1, 4)$, $C(2, -3)$ znaleźć punkt P , dla którego suma kwadratów odległości od wierzchołków jest najmniejsza.6. Uzasadnić, że spośród prostopadłościanów wpisanych w kulę o danym promieniu R największą objętość ma sześcian. Podać jego wymiary.7. Wyznaczyć wymiary prostopadłościennej skrzynki o danej pojemności V i najmniejszej powierzchni całkowitej.8. Prostopadłościenny magazyn ma mieć objętość $V = 216\text{m}^3$. Do budowy ścian używane są płyty w cenie 30 zł/m^2 , do budowy podłogi w cenie 40 zł/m^2 , a sufitu w cenie 20 zł/m^2 . Podać wymiary magazynu, którego koszt budowy jest najmniejszy.