

Automatyka i Robotyka, II semestr, studia dzienne

Zadania na ćwiczenia, zestaw XVI

- Obliczyć podane całki podwójne po wskazanych prostokątach:
 - $\iint_D x^2 y^3 dx dy, \quad D = [0, 2] \times [-1, 1],$
 - $\iint_D (x + y^2) dx dy, \quad D = [-1, 0] \times [0, 2],$
 - $\iint_D \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2 + 1}} dx dy, \quad D = [0, 1] \times [0, 1],$
 - $\iint_D \frac{2y^2}{x^3} + \frac{3x}{y} dx dy, \quad D = [1, 3] \times [1, e],$
 - $\iint_D \sin(x - y) dx dy, \quad D = [0, \frac{\pi}{4}] \times [0, \frac{\pi}{3}],$
- Obliczyć podane całki podwójne po obszarach normalnych i regularnych:
 - $\iint_D (x^2 - yx) dx dy, \quad D = \{(x, y) : y \geq x, y \leq 3x - x^2\},$
 - $\iint_D (3x - 2y) dx dy, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 1\},$
 - $\iint_D xy^2 dx dy, \quad D - \text{obszar ograniczony parabole } y = x^2 \text{ i prostą } y + x = 2,$
 - $\iint_D (2x + 3y + 1) dx dy, \quad \text{gdzie } D \text{ jest trójkątem o wierzchołkach } A(1, 3), B(-1, -1), C(2, -4).$
- Wprowadzając współrzędne biegunowe obliczyć podane całki po wskazanych obszarach:
 - $\iint_D xy^2 dx dy, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\},$
 - $\iint_D (x^2 + y^2) dx dy, \quad D = \{(x, y) : x^2 + y^2 - 2y \leq 0\},$
 - $\iint_D \frac{\ln(x^2 + y^2)}{x^2 + y^2} dx dy, \quad D = \{(x, y) : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\},$
- Obliczyć pola obszarów ograniczonych krzywymi:
 - $x + y = 3, x = 0, y = 0;$
 - $x = y^2, x = 1.$
- Obliczyć objętość brył ograniczonych powierzchniami:
 - $x^2 + y^2 + z^2 = 9, x^2 + y^2 = 1;$
 - $z = 5 - 2x - y, x = 0, y = 0, z = 0.$
- Obliczyć masę obszaru D ograniczonego krzywymi $x = 0, y = 0, x + y = 2$, jeżeli gęstość powierzchniowa masy w punkcie (x, y) tego obszaru wyraża się wzorem $\sigma(x, y) = xy$.
- Obliczyć moment statyczny jednorodnego trójkąta równobocznego o boku a i masie M względem boku.
- Wyznaczyć współrzędne środka masy jednorodnej ćwiartki koła o promieniu R .
- Obliczyć moment bezwładności cienkiej jednorodnej tarczy w kształcie koła o promieniu R i masie M . Moment bezwładności obliczyć względem osi tarczy, która jest do niej prostopadła.
- Za pomocą pierwszej reguły Guldina
 - obliczyć objętość bryły powstałej z obrotu koła o promieniu r wokół prostej leżącej w płaszczyźnie koła, jeżeli odległość środka koła od osi obrotu wynosi R ($R > r$);
 - znaleźć położenie środka masy półkoła o promieniu R .
- Za pomocą drugiej reguły Guldina obliczyć pole powierzchni powstałej z obrotu okręgu o promieniu r wokół prostej leżącej w płaszczyźnie okręgu, jeżeli odległość środka koła od osi obrotu wynosi R ($R > r$).