

Automatyka i Robotyka, I semestr, studia dzienne

Zadania na ćwiczenia, zestaw IX

1. Wykonać podane działania:

a) $(1 - 3i) + (4 - 5i)$, b) $(1 + \sqrt{2}i) - (\sqrt{3} - 6i)$,
c) $(\sqrt{7} + \sqrt{2}i)(\sqrt{7} - \sqrt{2}i)$, d) $\frac{2 + 3i}{1 + i}$.

2. Podane liczby zespolone zapisać w postaci trygonometrycznej i wykładniczej:

a) $-6 + 6i$, b) $-2i$, c) $\sqrt{3} + i$.

3. Obliczyć wartości podanych wyrażeń (wyniki podać w postaci ogólnej):

a) $(1 + i)^7$, b) $(\sqrt{3} - i)^{32}$, c) $(-2 + 2i)^8$.

4. Obliczyć i narysować na płaszczyźnie zespolonej podane pierwiastki (wyniki podać w postaci ogólnej):

a) $\sqrt{-2i}$, b) $\sqrt[4]{-8 + 8\sqrt{3}i}$, c) $\sqrt[6]{1}$.

5. W zbiorze liczb zespolonych rozwiązać podane równania:

a) $z^2 = 4\bar{z}$, b) $\frac{1 + i}{z} = \frac{2 - 3i}{\bar{z}}$,
c) $z^2 - 4z + 13 = 0$, d) $\overline{z + i} - z + i = 0$,
e) $z^4 - 1 = 0$, f) $z^3 - 8 = 0$,

6. Na płaszczyźnie zespolonej narysować zbiory liczb z spełniających podane warunki:

a) $\operatorname{Re}(iz + 2) \geq 0$, b) $\operatorname{Im}(z^2)74 < 0$, c) $\overline{z - i} = z - 1$, d) $\frac{\pi}{6} < \arg(z) < \frac{2\pi}{3}$,
e) $\frac{4}{z} = \bar{z}$, f) $|z - 3 + 4i| = 1$, g) $\left| \frac{z - 2i}{z + 1} \right| = 1$, h) $2 < |iz - 5| \leq 3$,